FRIEDRICH-ALEXANDER
UNIVERSITÄT
ERLANGEN-NÜRNBERG

NATURWISSENSCHAFTLICHE
FAKULTÄT

Querschnittmodul
Lineare und nichtlineare Systeme (LNS) SoSe 2025

Dr. Dieter Weninger
FAU Erlangen-Nürnberg, Department Mathematik

Erlangen, März 2025

WIRTSCHAFTS
MATHEMATIK

FRIEDRICH-ALEXANDER UNIVERSITÄT ERLANGEN-NÜRNBERG
NATURWISSENSCHAFTLICHE FAKULTÄT

Grundlegende Informationen

- Titel: Querschnittmodul Lineare und nichtlineare Systeme (LNS)
- Umfang der Lehrveranstaltung: 10 ECTS
- Sommersemester 2025
- Verwendbarkeit: Als Querschnittmodul in den Studiengängen Bachelor Mathematik, Technomathematik und Wirtschaftsmathematik oder als Vorlesung der angewandten Mathematik
- Dozent/Kontakt: Dr. Dieter Weninger, dieter.weninger@fau.de
- Empfohlene Vorkenntnisse: Lineare Algebra I/II, Analysis I/II, Lineare und Kombinatorische Optimierung
- Prüfung: mündlich (20 Minuten)

Literaturhinweise

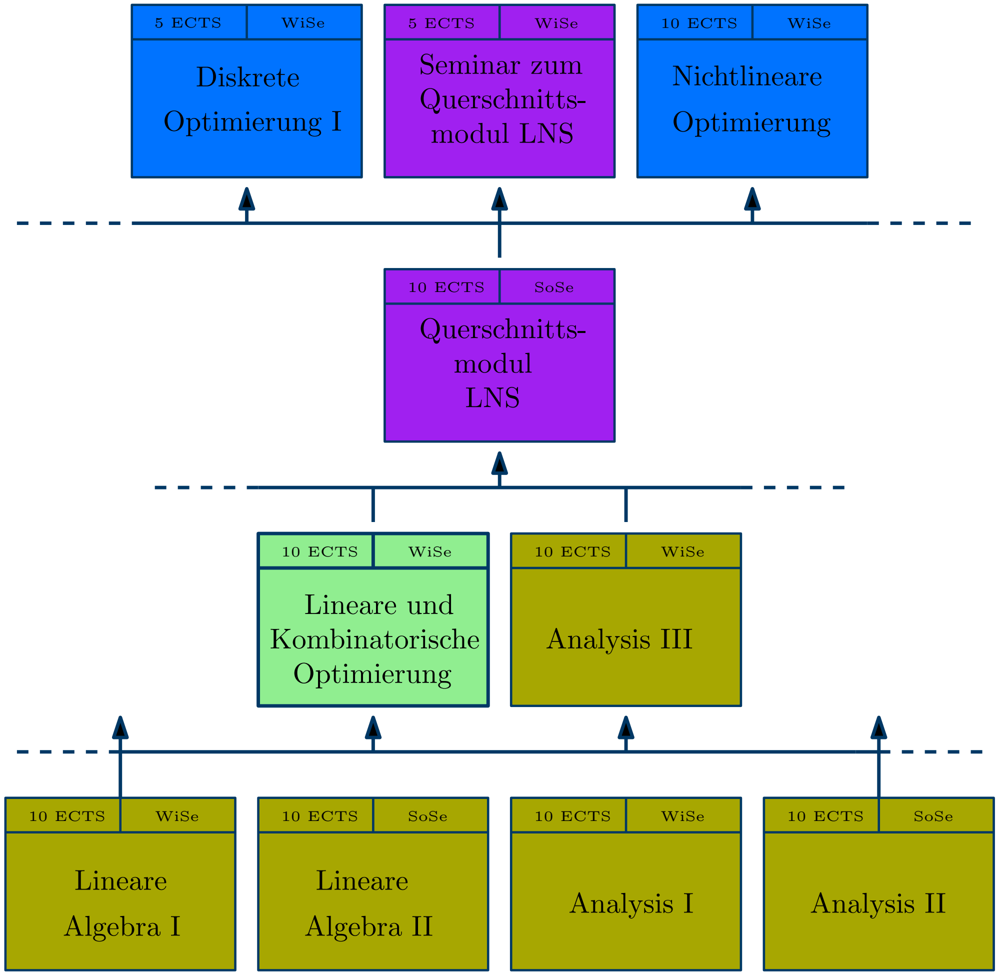
- Vorlesungsskript wird über StudOn bereitgestellt
- M. Ulbrich, S. Ulbrich: Nichtlineare Optimierung
- J. Nocedal, S. J. Wright: Numerical Optimization
- L. A. Wolsey: Integer Programming
- P. Belotti et al.: Mixed-integer Nonlinear Optimization

Lernziele

Die Studierenden

- erkennen und analysieren selbstständig lineare und nichtlineare Systeme bzw. Optimierungsprobleme,
- erläutern verschiedene algorithmische Grundprinzipien und wenden diese zielorientiert an,
- stellen Verknüpfungen zwischen algebraischem und analytischem Wissen her,
- werden an aktuelle Forschungsthemen der gemischt-ganzzahligen linearen und gemischt-ganzzahligen nichtlinearen Optimierung herangeführt und
- bekommen eine Orientierungshilfe für weiterführende Module der Optimierung.

Auszug Studienverlauf



Inhalt

1. Iterationsverfahren für lineare und nichtlineare Systeme
   (z.B. Fixpunktsatz von Banach, Newton-Verfahren)

2. Grundbegriffe der Optimierung
   (z.B. Konvexität, Optimalitätskriterien)

3. Innere-Punkte-Verfahren für lineare Optimierungsprobleme
   (z.B. Primal-Duale-Verfahren)

4. Gemischt-ganzzahlige lineare Optimierung (MIP)
   (z.B. Polyeder und Formulierungen, Branch-and-Cut)

5. Gemischt-ganzzahlige nichtlineare Optimierung (MINLP)
   (z.B. ESH-Verfahren, konvexe Unterschätzer)

Gemischt-ganzzahlige nichtlineare Optimierung

Ein MINLP hat die Form

$$\begin{aligned} \min_{x,y} \quad & f(x,y) \\ \text{s.t.} \quad & g(x,y) \leq 0, \\ & x \in X \subseteq \mathbb{Z}^p, \\ & y \in Y \subseteq \mathbb{R}^n, \end{aligned} \tag{1}$$

mit $f : (X, Y) \to \mathbb{R}$, $g : (X, Y) \to \mathbb{R}^m$.

Mit (1) lassen sich viele Problemstellungen modellieren, da gemischt-ganzzahlige lineare Optimierungsprobleme (MIP), nichtlineare Optimierungsprobleme (NLP) und lineare Optimierungsprobleme (LP) als Spezialfälle enthalten sind.

$$\begin{aligned} \max_{x_1,\,x_2} \quad & x_1 + x_2 \\ & 8 \cdot x_1^3 - 2 \cdot x_1^4 - 8 \cdot x_1^2 + x_2 \leq 2 \\ & 32 \cdot x_1^3 - 4 \cdot x_1^4 - 88 \cdot x_1^2 + 96 \cdot x_1 + x_2 \leq 36 \\ & x_1 \in [0,3] \\ & x_2 \in \{0,\, 1,\, 2,\, 3,\, 4\} \end{aligned}$$

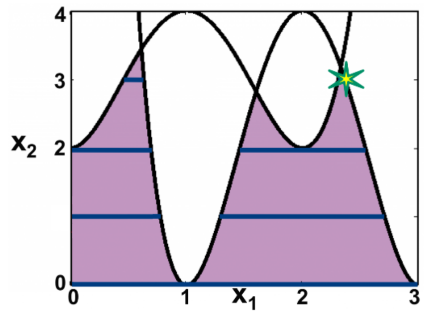


Abbildung: Beispiel für die zulässige Menge eines MINLP mit Optimallösung beim grünen Stern[1]

Wir wollen in LNS Aspekte der Modellierung, Theorie und des Lösens von LPs, NLPs, MIPs und MINLPs betrachten.

[1] http://wp.doc.ic.ac.uk/rmisener/project/global-optimisation-of-mixed-integer-nonlinear-programs