

Querschnittmodul Lineare und nichtlineare Systeme (LNS) SoSe 2024 und konsekutives Seminar WiSe 2024/2025

Dr. Dieter Weninger¹

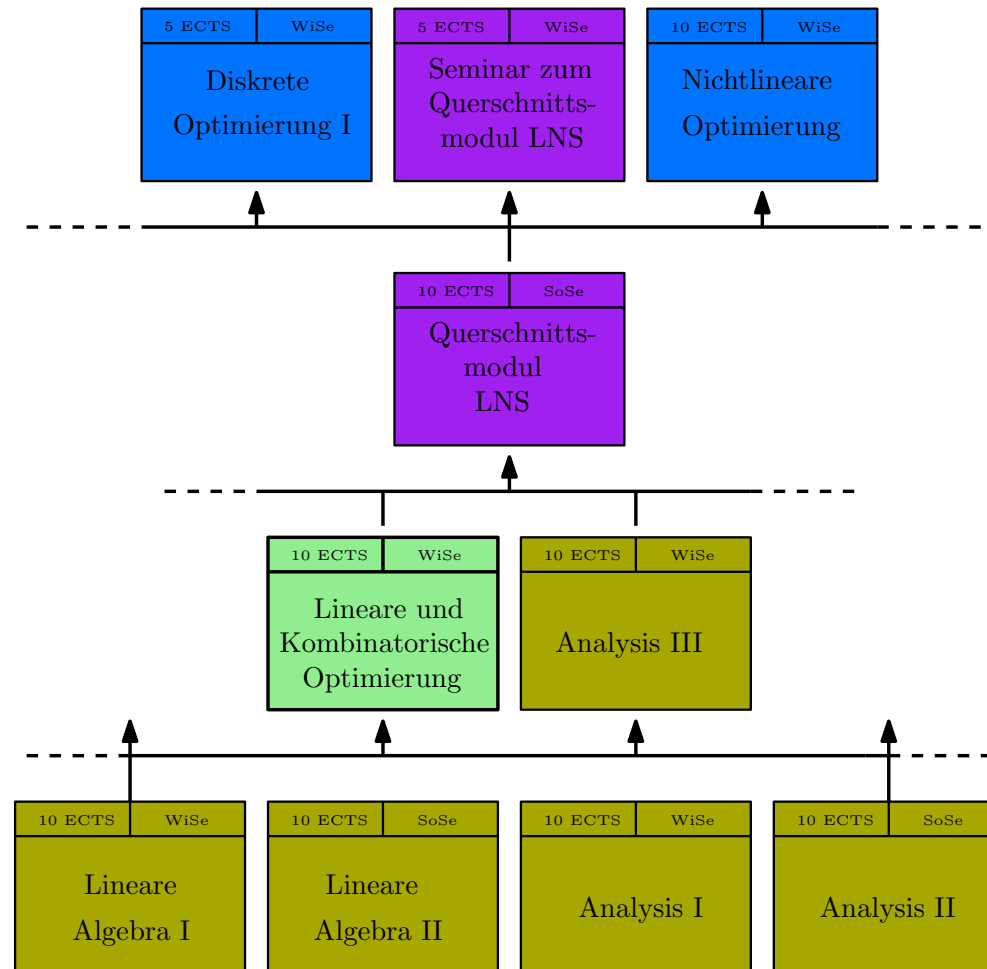
¹Friedrich-Alexander Universität Erlangen-Nürnberg, Department Mathematik September 13, 2024

- Titel: Querschnittmodul Lineare und nichtlineare Systeme (LNS)
- Umfang der Lehrveranstaltung: 10 ECTS
- Durchführung im Sommersemester 2024
- Verwendbarkeit: Als Querschnittmodul in den Studiengängen Bachelor Mathematik, Technomathematik und Wirtschaftsmathematik oder als Vorlesung der angewandten Mathematik
- Dozent/Kontakt: Dr. Dieter Weninger, dieter.weninger@fau.de
- Empfohlene Vorkenntnisse: Lineare Algebra I/II, Analysis I/II, Lineare und Kombinatorische Optimierung
- Prüfung: mündlich (20 Minuten)

- Vorlesungsskript wird über StudOn bereitgestellt
- M. Ulbrich, S. Ulbrich: Nichtlineare Optimierung
- J. Nocedal, S. J. Wright: Numerical Optimization
- L. A. Wolsey: Integer Programming
- P. Belotti et al.: Mixed-integer Nonlinear Optimization

Die Studierenden

- erkennen und analysieren selbstständig lineare und nichtlineare Systeme bzw. Optimierungsprobleme,
- erläutern verschiedene algorithmische Grundprinzipien und wenden diese zielorientiert an,
- stellen Verknüpfungen zwischen algebraischem und analytischem Wissen her,
- werden an aktuelle Forschungsthemen der gemischt-ganzzahligen linearen und gemischt-ganzzahligen nichtlinearen Optimierung herangeführt und
- bekommen eine Orientierungshilfe für weiterführende Module der Optimierung.



1. Iterationsverfahren für lineare und nichtlineare Systeme
(z.B. Fixpunktsatz von Banach, Newton-Verfahren)
2. Grundbegriffe der Optimierung
(z.B. Konvexität, Optimalitätskriterien)
3. Innere-Punkte-Verfahren für lineare Optimierungsprobleme
(z.B. Primal-Duale-Verfahren)
4. Gemischt-ganzzahlige lineare Optimierung (MIP)
(z.B. Polyeder und Formulierungen, Branch-and-Cut)
5. Gemischt-ganzzahlige nichtlineare Optimierung (MINLP)
(z.B. ESH-Verfahren, konvexe Unterschätzer)

Gemischt-ganzzahlige nichtlineare Optimierung

Ein MINLP hat die Form

$$\begin{aligned}
 \min_{x,y} & f(x, y) \\
 \text{s.t.} & g(x, y) \leq 0, \\
 & x \in X \subseteq \mathbb{Z}^p, \\
 & y \in Y \subseteq \mathbb{R}^n,
 \end{aligned} \tag{1}$$

mit $f : (X, Y) \rightarrow \mathbb{R}$, $g : (X, Y) \rightarrow \mathbb{R}^m$.

Mit (1) lassen sich viele Problemstellungen modellieren, da gemischt-ganzzahlige lineare Optimierungsprobleme (MIP), nichtlineare Optimierungsprobleme (NLP) und lineare Optimierungsprobleme (LP) als Spezialfälle enthalten sind.

$$\begin{aligned}
 \max_{x_1, x_2} & x_1 + x_2 \\
 & 8 \cdot x_1^3 - 2 \cdot x_1^4 - 8 \cdot x_1^2 + x_2 \leq 2 \\
 & 32 \cdot x_1^3 - 4 \cdot x_1^4 - 88 \cdot x_1^2 + 96 \cdot x_1 + x_2 \leq 36 \\
 & x_1 \in [0, 3] \\
 & x_2 \in \{0, 1, 2, 3, 4\}
 \end{aligned}$$

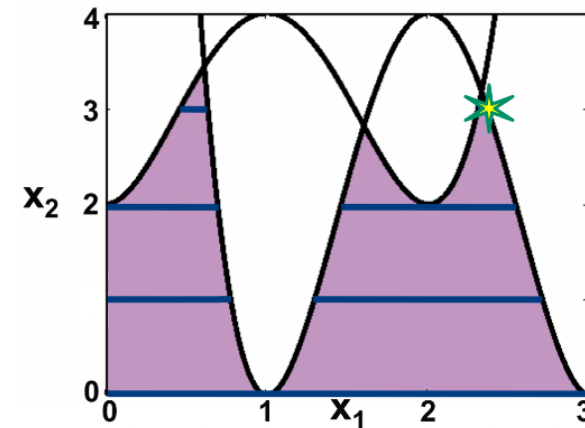


Figure: Beispiel für ein MINLP mit Optimallösung beim grünen Stern¹

Wir wollen in LNS Aspekte der Modellierung, Theorie und des Lösens von LPs, NLPs, MIPs und MINLPs betrachten.

¹ <http://wp.doc.ic.ac.uk/rmisener/project/global-optimisation-of-mixed-integer-nonlinear-programs>

- Im Wintersemester 2024/2025 findet ein aufbauendes Seminar (Umfang 5 ECTS) zum Querschnittmodul LNS statt.
- Gegenstand des Seminars sind Bücher und/oder Publikationen, die forschungsrelevante Themen der in LNS betrachteten Themen vertiefen.
- Das Ziel des Seminars besteht darin ein vorgegebenes Thema auszuarbeiten und einen Vortrag mit Latex-Folien zu halten.
- Das Seminar wird als Online-Veranstaltung über Zoom durchgeführt.
- Zu Beginn des Seminars findet eine Einteilung aller Teilnehmer in Teams (3-4 Personen) statt. Die Mitglieder eines Teams unterstützen sich gegenseitig.